ETC

Complessità

1. Siano X e Y problemi di decisione. Si sa che X$\leq_P$Y. Per ognuma delle seguenti affermazioni dire se essa è: sicuramente vera, sicuramente falsa, non si sa. Giustificare la risposta, risposte non motivate non sono valutate.

   (a) Se Y è NP-completo lo è anche X.

   (b) Se X è NP-completo lo è anche Y.

   (c) Se Y è NP-completo e X è in NP allora X è NP-complete.

   (d) Se X è NP-completo e Y è in NP allora Y è NP-complete.

   (e) X e Y non possono essere entrambi NP-completi.

   (f) Se X è in P, allora Y è in P.

   (g) Se Y è in P, allora X è in P.

2. – Definire i problemi di decisione 3-SAT e $INDEPENDENT$–SET

   – Data la seguente istanza di 3-SAT

   $$(x_1 \vee \overline{x}_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x}_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x}_3)$$

   si descriva e commenti l'istanza di $INDEPENDENT$–SET nella riduzione 3-SAT $\leq_P$ $INDEPENDENT$–SET.

3. Una clique in un grafo $G = (V.E)$ è un sottoinsieme $K \subseteq V$ di vertici di G tale che per ogni $u, v \in K$ risulta $(u, v) \in E$.
   CLIQUE
   Input G, k, (G è un un grafo, k è un intero)
   Domanda: G contiene una clique di k vertici?

   Provare che $CLIQUE \ \equiv_P \ INDEPENDENT - SET$.

4. Due grafi $G = (V, E)$, $G' = (V', E')$ sono isomorfi se $|V| = |V'|$ ed esiste una biezione $f : E \to E'$ tale che $(u, v) \in E$ se e solo se $(f(u), f(v)) \in E'$. Sia
   SUBIS
   Input G, H (G ed H sono grafi)
   Domanda: G contiene un sottografo isomorfo ad H?

   Suggerimento: provare che $CLIQUE \leq_P SUBIS$

5. Considerare il seguente problema: FESTAperX: Una persona riceve la visita di un vecchio amico X, per loccasione vuole organizzare una festa scegliendo tra tutti suoi amici almeno k persone che si conoscono tra di loro e che conoscono X. Mostrare che FESTAperX è NP-completo.

   Sugg. Usare una riduzione da CLIQUE o INDEPENDENT-SET

6. Una palestra cerca istruttori in grado di coprire corsi nelle discipline sportive $D_1, \ldots, D_m$. Gli istruttori candidati sono $I_1, \ldots, I_n$ dove Listruttore I_i è in grado di insegnare un insieme di discipline $S_i \subseteq \{D_1, \ldots, D_m\}$ (per ogni $i = 1, ..., n$). Se il direttore della palestra intende arruolare al massimo k istruttori, risulta possibile ricoprire tutte le discipline $D_1, \ldots, D_m$?
   Chiamare il problema descritto PALESTRA; formalizzarlo (indicare input e output desiderato) e mostrare che esso risulta NP-completo. [Aiuto. Si puo sfruttare il fatto che il problema SET-COVER risulta NPcompleto.]