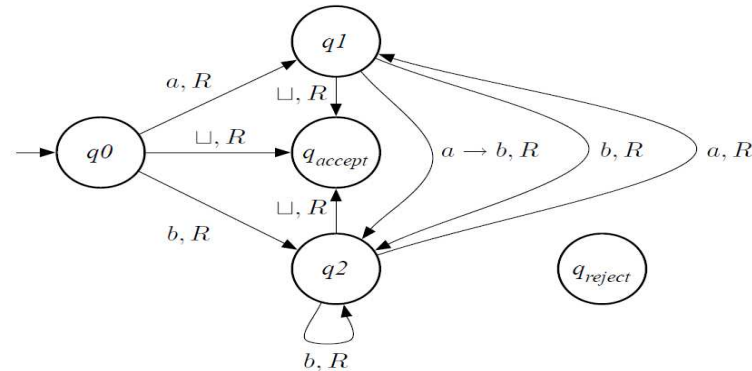


Elementi di teoria della Computazione

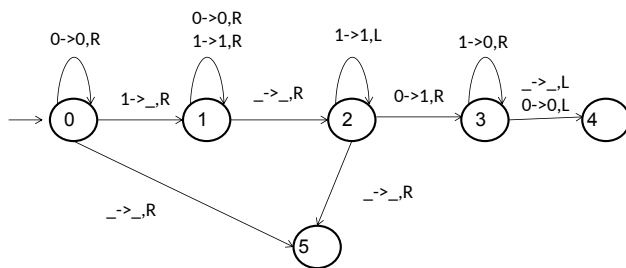
Macchine di Turing

1. Data la Macchina di Turing M in figura, fornire la sequenza delle configurazioni quando M ha come input la sequenza $aabbaaaa$

(Nota a, R indica in forma abbreviata $a \rightarrow a, R$ e b, R indica $b \rightarrow b, R$, il simbolo $|_{-}$ indica il blank)



2. Sia M la MdT in figura. Fornire la sequenza di configurazioni della computazione di M sugli input: $u = \epsilon$ e $w = 01011$.



0=Stato iniziale, 4=Stato accept, 5=Stato Reject

3. Relazione esistente tra problemi di decisione e riconoscimento di linguaggi: Dato il problema

CAMMINO

Input: Grafo G

Domanda: Esiste un cammino in G che contiene ogni vertice di G esattamente una volta?

definire il linguaggio L_{CAMMINO} corrispondente, spiegando la corrispondenza.

4. Relazione esistente tra problemi di decisione e riconoscimento di linguaggi: Dato il problema

INVERTI

Input: Matrice M

Domanda: La matrice M é invertibile?

definire il linguaggio L_{INVERTI} corrispondente, spiegando la corrispondenza.

5. Dire, giustificando la risposta, se è possibile utilizzare il teorema di Rice per mostrare che il seguente linguaggio è indecidibile.

$$L = \{\langle M \rangle \mid M \text{ è una MdT che si arresta su } 11 \text{ e non si arresta su } 00\}.$$

6. Dimostrare che $A_{TM} \leq_m QEQ_{TM}$ con

$$QEQ_{TM} = \{\langle M_1, M_2 \rangle \mid M_1, M_2 \text{ sono macchine di Turing deterministiche} \\ \text{ed esiste un carattere } b \text{ tale che } L(M_1) = \{b\} \circ L(M_2)\}.$$

Suggerimento: considerare la funzione che associa a ogni stringa $\langle M, w \rangle$, dove M è una MdT e w è una stringa, la stringa $\langle M_1, M_2 \rangle$ dove $L(M_1) = \{bw\}$ ed M_2 rifiuta y se $y \neq w$, accetta $y = w$ se e solo se M accetta w .

7. Dimostrare che $L = \{0x \mid x \in A_{TM}\}$ è indecidibile.
8. – Fornire la definizione di insieme numerabile
 – Mostrare che l'insieme di tutte le coppie (i, j) dove i e j sono numeri interi con $i < j$ risulta numerabile.
 – Utilizzare il metodo della diagonalizzazione per mostrare che l'insieme $\{x \mid x \text{ è un numero reale t.c. } 0 \leq x \leq 1\}$ non è numerabile.

9. E' possibile utilizzare il Teorema di Rice per mostrare che i seguenti linguaggi risultano indecidibili? Giustificare le risposte

$$L_1 = \{\langle M \rangle \mid M \text{ è una MdT che accetta ogni input di lunghezza pari}\}$$

$$L_2 = \{\langle M \rangle \mid M \text{ è una MdT che si arresta su ogni input di lunghezza pari}\}$$

$$L_3 = \{\langle M, w \rangle \mid M \text{ è una MdT e } |w| \text{ è pari}\}$$

10. Sapendo che $X \leq_m Y$, quale delle seguenti affermazioni è vera?

Se X è indecidibile allora Y è indecidibile

Se Y è indecidibile allora X è indecidibile

motivare la risposta.

11. Si consideri il linguaggio

$$L = \{\langle M \rangle \mid M \text{ è una MdT che accetta almeno una stringa di lunghezza dispari}\}.$$

Dimostrare che L non è decidibile.

Non si può invocare il Teorema di Rice (anche se se ne possono sfruttare le idee dimostrative).