

Cognome e Nome:  
Numero di Matricola:

**Spazio riservato alla correzione**

1	2	3	4	Totale
/26	/28	/20	26	/100

**1.**

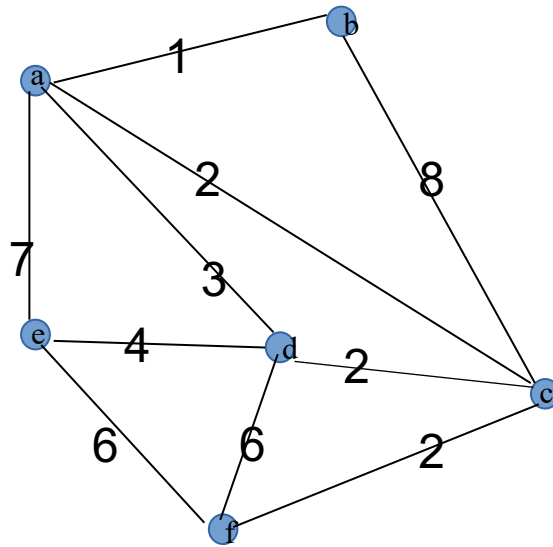
- a) Si scriva lo pseudocodice di un algoritmo BFS **senza** coda FIFO che abbia tempo di esecuzione  $O(n+m)$ .

b) Si **dimostri** che l'algoritmo al punto a) ha tempo di esecuzione  $O(n+m)$ .

- c) Si scriva lo pseudocodice di un algoritmo che prende in input un grafo  $G$  non orientato e restituisce true se il grafo  $G$  è bipartito e false altrimenti. L'algoritmo deve avere tempo di esecuzione  $O(n+m)$ . Il voto dipenderà, oltre che dalla correttezza dell'algoritmo, anche da quanto dettagliato è lo pseudocodice.

2.

- a) Si mostri l'esecuzione dell'algoritmo di Kruskal sul seguente grafo. **Occorre mostrare per ogni passo la foresta di alberi ottenuta fino a quel passo.**



- b) Sia  $G$  un grafo non orientato connesso con pesi degli archi a due a due distinti. Si dimostri che se si esegue l'algoritmo di Kruskal su  $G$  allora ogni arco selezionato in questa esecuzione fa parte del minimo albero ricoprente di  $G$ .

- c) Si spieghi in che cosa consiste un'istanza (input) del problema del **Partizionamento di Intervalli** e in cosa consiste una soluzione (output) del problema. **Se dalla risposta a questo punto si evincerà che lo studente non sa in cosa consiste il problema del Partizionamento di Intervalli, il punto successivo del quesito non sarà valutato.**
- d) Si descriva la strategia greedy che permette di ottenere la soluzione ottima per il problema del **Partizionamento di Intervalli** e si dica a cosa è uguale il valore della soluzione ottima. Fornire una definizione chiara di eventuali concetti utilizzati per rispondere al quesito.

3.

a) Si consideri la seguente istanza di Interval Scheduling Pesato:

$$s_1 = 5, s_2 = 1, s_3 = 4, s_4 = 2$$

$$f_1 = 7, f_2 = 8, f_3 = 6, f_4 = 4$$

$$v_1 = 15, v_2 = 21, v_3 = 4, v_4 = 10$$

Si calcolino i valori  $p(j)$  e i valori  $OPT(j)$  per  $j=1,2,3,4$  e si fornisca la **soluzione ottima** per la suddetta istanza del problema (non solo il suo valore).

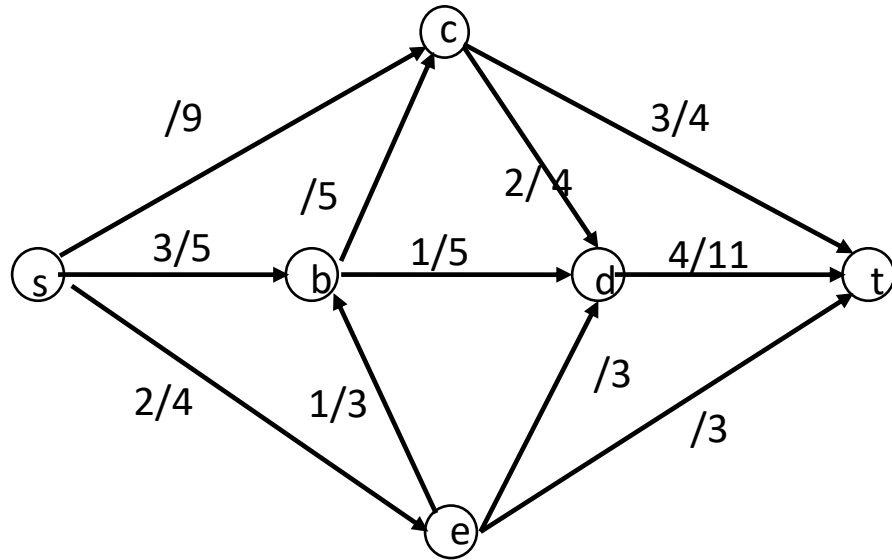
**Attenzione:** gli indici  $j$  di  $p(j)$  e  $OPT(j)$  non corrispondono necessariamente agli indici  $j$  dei valori input  $s_j$ ,  $f_j$  e  $v_j$ .

- b) Si scriva lo pseudocodice di un algoritmo ricorsivo efficiente per calcolare il valore della soluzione ottima per il problema dell'Interval Scheduling Pesato.



4.

- a) Nella seguente figura sono indicate le quantità di flusso associate ad alcuni degli archi della rete. Si associ a ciascuno dei restanti archi una quantità di flusso in modo che i valori da voi forniti siano compatibili con quelli già indicati e si dica qual è il valore della funzione flusso così definita.



- b) Si definisca la nozione di taglio s-t di una rete di flusso e di capacità di un taglio s-t.

- c) Si descriva un algoritmo efficiente per ottenere un taglio di capacità minima di una rete di flusso  $G$ .