

Cognome e Nome:
Numero di Matricola:

Spazio riservato alla correzione

1	2	3	4	5	6	7	totale
/5	/6	/5	/24	/15	/20	/25	/100

- Indicare quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false.
 - $n^2 - 1000n - 20^4 = \Theta(n^2)$
 - $(n)(n!) = \Theta(n!)$
 - $\log n = \Theta(\log^3 n)$
 - $n/4 = \Omega(\log n)$
 - $4n = O(n)$
- Si dimostri in modo formale e facendo uso **direttamente** della definizione di Ω (**senza ricorrere ad altre proprietà**) che se $f(n) = \Omega(p(n))$ e $g(n) = \Omega(q(n))$ allora $f(n)g(n) = \Omega(p(n)q(n))$.

3. Si analizzi il tempo di esecuzione del seguente segmento di codice fornendo una stima asintotica in termini di Θ per essi. **Si giustifichi in modo chiaro la risposta.**

```
i=0;
while(i<n){
  j=1;
  while(j<i){

    j=j*2;

  }
  i=i+1;
}
```

- 4.
- a. Si scriva lo **pseudocodice** dell'algoritmo **QuickSelect** (per l'algoritmo **Distribuzione**, si veda il punto successivo)

- b. Si descriva in modo preciso e schematico il comportamento dell'algoritmo **Distribuzione** specificando anche l'input e l'output dell'algoritmo. Non è sufficiente fornire lo pseudocodice.

- c. Si analizzi il tempo di esecuzione dell'algoritmo **Distribuzione** nel **caso pessimo**, giustificando in modo chiaro la risposta.
- d. Si scrivano le relazioni di ricorrenza che esprimono il tempo di esecuzione di **QuickSelect** nei seguenti due casi spiegando in modo chiaro come si ottengono le suddette relazioni.
- a) nel caso in cui il pivot abbia rango uguale ad un generico valore r
 - b) nel caso pessimo

- e. Utilizzando la seconda relazione di ricorrenza di cui al punto precedente, si fornisca una stima asintotica del tempo di esecuzione **nel caso pessimo** dell'algoritmo **QuickSelect spiegando in modo chiaro come viene ottenuta la suddetta stima asintotica a partire dalla relazione di ricorrenza.**

5. Si scriva lo pseudocodice di un algoritmo $A(u, x)$ che prende in input un nodo u di un albero binario ed un elemento x e restituisce il numero di nodi che contengono x .

- c. Si descrivano in modo chiaro e schematico i passi dell'algoritmo Dequeue della coda a priorit  implementata con Heap descrivendo anche il comportamento di tutti gli altri algoritmi invocati da Dequeue e dagli algoritmi da esso invocati. Per ciascun algoritmo descritto, occorre anche specificare l'input e l'output.

- d. Si fornisca il tempo di esecuzione dell'algoritmo Dequeue **nel caso pessimo** giustificando in modo chiaro la risposta.

7.

- a. Si descriva in modo chiaro e schematico il comportamento dell'algoritmo Cancellazione dell'albero binario di ricerca specificando anche l'input dell'algoritmo.

- b. Si fornisca una stima asintotica del tempo di esecuzione **nel caso pessimo** dell'algoritmo **Cancella** i giustificando in modo chiaro la risposta.

- c. Si scriva lo pseudocodice dell'algoritmo $F(u)$ che prende in input un nodo u interno avente esattamente due figli di un albero binario di ricerca e restituisce l'elemento con chiave immediatamente precedente a quella di u .

- d. In un albero binario di ricerca **AVL** inizialmente vuoto vengono inserite le dieci chiavi 11 6 8 5 7 13 10 12 15 14, in questo ordine. Per ogni inserimento effettuato, si disegni l'albero AVL che risulta dopo l'inserimento. Se l'inserimento di un elemento causa lo sbilanciamento dell'albero allora per quell'inserimento occorre disegnare l'albero prima e dopo il ribilanciamento indicando il nodo critico e di quale tipo (tra SS, SD, DD, DS) e' lo sbilanciamento.