

Cognome e Nome:  
Numero di Matricola:

**Spazio riservato alla correzione**

1	2	3	4	5	6	7	totale
/18	/10	/10	/20	/15	/15	/12	/100

1. Relazioni asintotiche

a) Indicare quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false.

- a.  $n^5 = O(n^5)$
- b.  $\sqrt{n} = O(\log^2 n)$
- c.  $\log n = \Theta(n)$
- d.  $n^3 + 10n + 8 = O(n^4)$
- e.  $n^3 + 10n + 8 = \Theta(n^4)$

b) Si dimostri che se  $f(n) = O(g(n))$  e  $g(n) = O(h(n))$  allora  $f(n) = O(h(n))$

- c) Si consideri la relazione di ricorrenza:  $T(n) \leq c_0$  se  $n \leq n_0$ ,  $T(n) \leq 2T(n/2) + cn^3$  altrimenti ( $c$  e  $c_0$  sono costanti). Si fornisca una funzione  $h(n)$  tale  $T(n) = O(h(n))$ . Giustificare la risposta.

2. Si dimostri che l'altezza di un albero binario completo a sinistra è  $O(\log n)$ .

3. Si analizzi il tempo di esecuzione nel caso pessimo del seguente segmento di codice fornendo una stima asintotica per esso. Si giustifichi in modo chiaro la risposta.

```
i=0;
j=0;
k=0;
while((i<n) && (j<m)){
  while(a[i]<=b[j]) {
    c[k]=a[i];
    i=i+1;
    k=k+1;
  }
  while(b[j]<a[i]) {
    c[k]=b[j];
    j=j+1;
    k=k+1;
  }
}
```

4. Divide et impera:
- a) Si descrivano in modo chiaro e schematico i passi dell'algoritmo per risolvere il problema della coppia più vicina.

- b) Si fornisca la relazione di ricorrenza che esprime il tempo di esecuzione dell'algoritmo.
5. Si scriva lo pseudocodice di un algoritmo ricorsivo che, dato un albero binario, restituisca la somma degli elementi contenuti nei nodi. NB: L'elemento di un generico nodo  $u$  è  $u.dato$ .

6. Albero binario di ricerca:

a) Quale proprietà deve soddisfare un albero binario di ricerca?

b) Disegnare l'albero binario di ricerca contenente le chiavi 10 8 1 4 5 12 3 24 7 11 inserite in questo ordine.

c) Si scriva lo pseudocodice dall'algoritmo Ricerca(u,k) che effettua la ricerca dell'elemento con chiave k nell'albero binario di ricerca con radice u.

7. Si provi che *ogni* algoritmo di ordinamento basato sui confronti richiede  $\Omega(n \log n)$  confronti, dove n è il numero di elementi da ordinare.