

Cognome e Nome:

Spazio riservato alla correzione

Numero di Matricola:

1	2	3	4	5	6	7	totale
/18	/10	/16	/15	/17	/14	/10	/100

1. Relazioni asintotiche

a. Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere

- a. $n^5 = O(n^5/2)$
- b. $n^2 = O(n \log n)$
- c. $n^{1.5} = \Omega(n \log n)$
- d. $n^4 + 1000n + 8 = O(n^5)$
- e. $2^n = \Theta(2^{n/2})$

b. Si dimostri che se $f(n) = O(g(n))$ e $h(n) = O(g(n))$ allora $f(n) + h(n) = O(g(n))$

c. Si consideri la relazione di ricorrenza: $T(n) \leq c_0$ se $n \leq n_0$, $T(n) \leq 4T(n/2) + cn^3$ altrimenti (c e c_0 sono costanti). Si fornisca una funzione $h(n)$ tale $T(n) = O(h(n))$. Giustificare la risposta.

2. Si analizzi il tempo di esecuzione nel caso pessimo dei seguenti segmenti di codice fornendo una stima asintotica per esso. Si giustifichi la risposta.

a.

```
for (i=1; i<n; i=i*2)
  stampa i;
```

```
b. for(i=0;i<n;i=i+1){  
    j=i;  
    while(j<n/4){  
        stampa j;  
        j=j+1;  
    }  
}
```

3. Divide et impera

a. Si scriva lo pseudocodice dell'algoritmo per la ricerca binaria ricorsiva.

- b. Si fornisca la relazione di ricorrenza che esprime il tempo di esecuzione dell'algoritmo descritto al punto precedente e si dica qual è il tempo di esecuzione dell'algoritmo nel caso pessimo.
4. Si scriva lo pseudocodice di un algoritmo ricorsivo che, dato un albero binario, restituisca il prodotto degli elementi contenuti nei nodi. NB: L'elemento di un generico nodo u è $u.dato$.

5. Heap:

a. Si descriva il comportamento (se si è in grado, si scriva lo pseudocodice) dell'algoritmo RiorganizzaHeap

b. Si descrivano i passi eseguiti dall'algoritmo dequeue dell'heap (se si è in grado, si scriva lo pseudocodice). Si dica qual è il tempo di esecuzione dell'algoritmo di dequeue.

c. Si disegni l'heap che si ottiene inserendo gli elementi 1,5,6,8,4,3 in un heap inizialmente vuoto

d. Si disegni la rappresentazione implicita dell'heap disegnato al punto precedente.

6. Alberi binari di ricerca

a. Quale proprietà deve soddisfare un albero binario di ricerca

- b. Si scriva lo pseudocodice dell'algoritmo Inserisci per inserire un elemento in un albero binario di ricerca
7. Si dimostri che l'altezza di un albero binario completo a sinistra è $O(\log n)$. Se la dimostrazione utilizza altri risultati occorre dimostrare anche quei risultati.