

COGNOME: _____ Nome: _____

Progettazione di Algoritmi

Classe 3 (matricole congrue 2 modulo 3) – Prof.ssa Anselmo

Appello del 22 Febbraio 2016

Attenzione:

Inserire **i propri dati** nell'apposito spazio soprastante e sottostante.

Non voltare la pagina finché non sarà dato il via.

Dal via avrete **2 ore** di tempo per rispondere alle domande.

La prova consta di **8** domande a risposta multipla e **3** domande aperte.

Per le domande a risposta multipla occorre rispondere inserendo la lettera scelta nell'apposito **quadrato** accanto al numero della domanda. In caso di ripensamento, cancellare la risposta data e disegnare accanto un nuovo quadrato con la lettera scelta. Inoltre:

ogni risposta esatta vale **4 punti**;

ogni risposta errata vale **-1 punto**;

ogni domanda lasciata in bianco vale **0 punti**.

Le domande a risposta multipla valgono in tutto **32** punti, quelle aperte **68** punti, per un totale di **100** punti.

Si è ammessi all'orale se si totalizzano almeno **40/100** punti di cui almeno **10/32** nelle domande a risposta multipla.

Gli orali si svolgeranno entro il 29 febbraio. Potete (non è necessario) scrivere qui di seguito 1 o 2 date in cui avete seri motivi per non poter sostenere l'orale: _____

COGNOME:

Nome:

Numero di matricola:

multiple/32	quesito 1/24	quesito 2/22	quesito 3/22	Totale/100

- 1) 1
 In un grafo connesso con n vertici ed m archi:
 A. $\log m = \Theta(\log n)$ C. $\log n = O(\log m)$, ma non $\log m = \Theta(\log n)$
 B. $\log m = O(\log n)$, ma non $\log m = \Theta(\log n)$ D. Nessuna delle risposte precedenti
- 2) 2
 Se un algoritmo di programmazione dinamica lavora con una tabella di dimensione $\Theta(n^2)$, il suo tempo di esecuzione sarà
 A. $\Omega(n^2)$
 B. $O(n^2)$
 C. $O(n^4)$
 D. $\Omega(n^3)$
- 3) 3
 Si considerino le stringhe $X = x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 = \text{mamma}$ e $Y = y_1 y_2 y_3 = \text{mia}$. Se il costo di un *gap* è 5, il costo di un *mismatch* fra due vocali differenti è 3, fra due consonanti differenti è 4 e fra vocale e consonante è 7, allora il costo dell'allineamento $x_1-y_1, x_3-y_2, x_5-y_3$ è:
 A. 7
 B. 14
 C. 17
 D. Nessuna delle risposte precedenti
- 4) 4
 Un minimo albero di copertura (MST) per un grafo pesato $G=(V,E)$ è:
 A. Un sottografo di peso totale minimo
 B. Un insieme aciclico di archi di peso totale minimo
 C. Un albero col minimo numero di archi il cui insieme di vertici è V
 D. Nessuna delle risposte precedenti
- 5) 5
 Un ordinamento topologico per il grafo diretto $G=(V,E)$ con $V=\{u, v, x, y, z\}$, $E=\{(u,v), (u,x), (u,z), (v,y), (v,z), (x,y), (y,z)\}$
 A. u, x, v, y, z C. G non ha un ordinamento topologico
 B. u, v, x, y, z D. Nessuna delle risposte precedenti
- 6) 6
 La proprietà del taglio per un grafo pesato
 A. stabilisce che un minimo albero ricoprente può contenere tagli
 B. individua archi che appartengono ad un minimo albero ricoprente
 C. individua quali tagli sono contenuti in minimo albero ricoprente
 D. Nessuna delle risposte precedenti
- 7) 7
 In una rete di flusso $G=(V,E)$, la capacità di un taglio $(S, V \setminus S)$, in cui la sorgente appartiene ad S , è:
 A. La somma dei flussi sugli archi uscenti da S
 B. La somma delle capacità degli archi uscenti da S
 C. La somma delle capacità degli archi uscenti da S meno la somma delle capacità degli archi entranti in S
 D. Nessuna delle risposte precedenti
- 8) 8
 Un *matching* in un grafo bipartito $G=(V,E)$ dove V è partizionato in $V = L \cup R$ è:
 A. Un sottografo connesso e aciclico
 B. Un sottoinsieme di archi di cardinalità massima
 C. Un sottoinsieme di archi con un estremo in L e l'altro in R
 D. Nessuna delle risposte precedenti

Quesito 1 (24 punti) (*Grafo ordinato*)

Un grafo diretto $G=(V,E)$ con $V=\{1,2,\dots,n\}$ è detto *ordinato* se per ogni $(i,j)\in E$, si ha che $i<j$, e se ogni nodo, tranne n , ha almeno un arco uscente.

Si consideri il **problema** di trovare un cammino da 1 ad n di **lunghezza** massima in un grafo ordinato $G=(V,E)$ con $V=\{1,2,\dots,n\}$.

- a) Si consideri il seguente algoritmo. Indicare la tecnica di programmazione su cui si basa. Dire se esso risolve il problema oppure no. Nel primo caso è necessario argomentare la correttezza; nel secondo fornire un contro-esempio.

```
w=1
L=0
While "esiste un arco uscente da w"
    "scegli l'arco (w,j) con j minimale"
    w=j
    L=L+1
Endwhile
Return L
```

- b) Descrivere ed analizzare un algoritmo di programmazione dinamica che risolve il problema.

Quesito 2 (22 punti) (Fotocopiatrice)

Dopo la vostra Laurea in Informatica, in seguito ad alterne vicende (che non sto qua a raccontarvi...), avete aperto una cartoleria in un piccolo paese della Campania. In questa cartoleria avete anche una fotocopiatrice (che è in realtà l'unica del paese). Ogni mattina vi arrivano le richieste di fotocopie da effettuare dai vari abitanti del paese, di tutte le età ed estrazioni sociali. Però (per motivi che non sto qui a spiegarvi...), non ve la sentite di eseguire le fotocopie nell'ordine di arrivo delle richieste, ma volete "rispettare" anche il "peso" della persona che ve le richiede!

Supponendo quindi che ogni richiesta i abbia un suo tempo t_i per essere eseguita, ma anche un suo peso w_i associato, volete trovare un ordine in cui eseguire le richieste, una dopo l'altra (senza pause), in modo che i tempi di consegna minimizzino il tempo di completamento pesato $\sum_i w_i c_i$, dove c_i è il tempo di consegna della richiesta i .

Esempio: avete due richieste con $t_1=1$, $w_1=10$ e $t_2=3$, $w_2=2$. Eseguendo prima la richiesta 1 e dopo la 2 si ha un tempo di completamento pesato $10 \cdot 1 + 2 \cdot 4 = 18$; al contrario sarebbe $10 \cdot 4 + 2 \cdot 3 = 46$.

Formalizzate il problema reale in un problema computazionale e risolvetelo nel modo più efficiente possibile. E' necessario giustificare la correttezza della vostra soluzione e valutarne l'efficienza.

Quesito 3 (22 punti) (*Algoritmo di Kruskal*)

Si consideri l'algoritmo di Kruskal.

a) Indicare la tecnica di programmazione che esso utilizza, la struttura dati utilizzata per l'implementazione studiata e la relativa complessità di tempo.

b) Mostrare l'esecuzione dell'algoritmo di Kruskal sul seguente grafo, mettendo in evidenza gli aggiornamenti della struttura dati e il risultato finale ottenuto.



