COGNOME: ____________________ Nome: ______________________

Progettazione di Algoritmi

Classe 3 (matricole congrue 2 modulo 3) – Prof.ssa Anselmo

Appello del 22 settembre 2017

Attenzione:

Inserire **i propri dati** nell'apposito spazio soprastante e sottostante.
Non voltare la pagina finché non sarà dato il via.
Dal via avrete **2 ore** di tempo per rispondere alle domande.

La prova consta di **8** domande a risposta multipla e **3** domande aperte.
Per le domande a risposta multipla occorre rispondere inserendo la lettera scelta nell'apposito **quadratino** accanto al numero della domanda. In caso di ripensamento, cancellare la risposta data e disegnare accanto un nuovo quadratino con la lettera scelta. Inoltre:

- ogni risposta esatta vale **4 punti**;
- ogni risposta errata vale **–1 punto**;
- ogni domanda lasciata in bianco vale **0 punti**.

Le domande a risposta multipla valgono in tutto **32** punti, quelle aperte **68** punti, per un totale di **100** punti.
Si è ammessi all'orale se si totalizzano almeno **40** punti di cui almeno **10/32** nelle domande a risposta multipla. I risultati saranno disponibili sulla pagina del corso http://www.disrv.unisa.it/professori/anselmo/pjalgo1617.htm.
Eventuali appunti possono essere scritti fra le domande a risposta multipla, purché sia ben **chiara** la risposta **all'interno del quadratino**, oppure nell'ultima pagina.
Gli orali si svolgeranno presumibilmente fra il 25 e il 29 settembre. Eventuali indicazioni sulla data dell'orale possono essere segnate qui: ____

COGNOME: ……………..

Nome: ……………..

Numero di matricola: …………….............................

multiple/32	quesito 1/22	quesito 2/24	quesito 3/22	**Totale/100**

1) 1 ☐

Il tempo di esecuzione del seguente frammento di pseudocodice che prende in ingresso un intero n è

```
for i=1 to n²
      x=0
for j=1 to log n
      for k=1 to log n
            x=x*i+j
```

A. Θ (log n)
B. Θ (n log n)
C. Θ (n)
D. Nessuna delle risposte precedenti

2) 2 ☐

Se G=(V,E) è un grafo rappresentato con matrice di adiacenza, |V|=n, |E|=m, verificare se (u,v) è un arco di E, richiede tempo

A. Θ (1)
B. Θ (n)
C. Θ (m)
D. Nessuna delle risposte precedenti

3) 3 ☐

Sia T l'albero ottenuto dalla visita in profondità (DFS) di un grafo G. Ogni arco che appartiene a G, ma non a T

A. Collega due vertici la cui distanza dalla radice è uguale o differisce di 1
B. Collega due vertici formando un ciclo di lunghezza dispari
C. Collega un vertice con un suo antenato
D. Nessuna delle risposte precedenti

4) 4 ☐

Un grafo orientato è fortemente connesso se

A. per ogni $u \in V$, esiste un arco uscente da u e un arco entrante in u
B. per ogni $u, v \in V$, esiste un arco da u a v e un arco da v a u
C. per ogni $u, v \in V$, esiste un cammino fra u e v
D. Nessuna delle risposte precedenti

5) 5 ☐

Quanti vertici e quanti archi, rispettivamente, ha un minimo albero di ricoprimento (*Minimum Spanning Tree*) di un grafo G con n vertici e m archi?

A. m, m−1
B. n, n−1
C. Non si può dire a priori
D. Nessuna delle risposte precedenti

6) 6 ☐

L'algoritmo di Dijkstra per il calcolo in un grafo G=(V,E) delle distanze minime dei vertici di V da un vertice s di V, mantiene un insieme S di vertici esplorati e una coda a priorità contenente i vertici non ancora esplorati, dove la priorità di un vertice v è uguale alla

A. distanza minima di v da s
B. distanza minima di un cammino da s a v che attraversa solo vertici di S
C. distanza minima di v da un vertice di S
D. Nessuna delle risposte precedenti

7) 7 ☐

Un ordinamento topologico per il grafo diretto G=(V,E) con V={u, v, x, y, z}, E={(u,v), (v,x), (x,y), (x,v), (y,v), (z,x), (z,u)} è:

A. z, x, u, v,y
B. G non ha un ordinamento topologico perché c'è un vertice senza archi entranti
C. G non ha un ordinamento topologico perché c'è un ciclo su v
D. Nessuna delle risposte precedenti

8) 8 ☐

Sia G=(V,E), il grafo in cui V={1,2,3,4,5,6,7} ed E={(1,2), (1,3), (1,4), (2,5), (2,6), (3,6), (3,7), (4,6), (4,7)}. Allora

A. G non è bipartito perché non ha cicli di lunghezza dispari
B. G è bipartito perché non ha cicli di lunghezza dispari
C. G è bipartito perché ha un ciclo di lunghezza pari
D. Nessuna delle risposte precedenti

Quesito 1 (22 punti) (*Scheduling pesato*)

Si consideri il problema dello scheduling di intervalli pesato con i seguenti intervalli in ingresso: [1,5] di peso 10, [1,6] di peso 5, [2,4] di peso 4, [6,11] di peso 3, [7,8] di peso 8, [7,9] di peso 6 e [9,10] di peso 5.

a. Mostrare due diversi scheduling ammissibili degli intervalli considerati, indicandone i pesi.
b. Eseguire l'algoritmo di programmazione dinamica studiato per il problema dello scheduling di intervalli, mostrando anche tutti gli aggiornamenti della tabella utilizzata.
c. Mostrare come utilizzare la tabella ottenuta al punto precedente per calcolare uno scheduling ottimale. Giustificare la risposta.

Quesito 2 (24 punti) (*Campi di pallavolo*)

Quest'anno avete aperto un complesso sportivo con diversi campi di pallavolo (la vostra passione da sempre). Ogni giorno raccogliete le richieste per utilizzare i vostri campi, ognuna specificata da un orario di inizio e un orario di fine. Avete un numero di campi sufficiente ad accontentare sempre tutte le richieste. Volete però organizzare le partite nei campi in modo da accontentare tutti, senza che vi siano sovrapposizioni di orari, ma con il minimo numero possibile di campi.

a) Definire il problema computazionale descritto.

Si consideri l'algoritmo *greedy* studiato per risolvere il problema.

b) Se tale algoritmo è basato sull'ordinamento delle richieste secondo il tempo di **inizio** crescente, descrivete in dettaglio l'algoritmo, analizzatene la complessità di tempo e dimostrate che l'algoritmo proposto risolve sempre correttamente il problema. Fornite inoltre un contro-esempio che l'algoritmo basato sull'ordinamento per tempo di **fine** crescente non sempre calcola una soluzione ottimale.

c) Se tale algoritmo è basato sull'ordinamento delle richieste secondo il tempo di **fine** crescente, descrivete in dettaglio l'algoritmo, analizzatene la complessità di tempo e dimostrate che l'algoritmo proposto risolve sempre correttamente il problema. Fornite inoltre un contro-esempio che l'algoritmo basato sull'ordinamento per tempo di **inizio** crescente non sempre calcola una soluzione ottimale.

Quesito 3 (22 punti) (*Flusso netto*)

Il Lemma del valore del flusso afferma: Sia f un flusso in una rete di flusso con sorgente s e pozzo t, e sia (A, B) un taglio s-t. Allora, il *flusso netto* inviato attraverso il taglio è uguale alla quantità che lascia s. Formalmente

$$\sum_{e \text{ out of } A} f(e) - \sum_{e \text{ in to A}} f(e) = v(f)$$

a) Dimostrare il Lemma del valore del flusso, giustificando in dettaglio ogni passaggio della prova.
b) Dimostrare che in ogni rete di flusso e per ogni assegnamento di flusso, il flusso uscente dalla sorgente è uguale al flusso entrante nel pozzo.

Pagina per appunti