

COGNOME: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

## Progettazione di Algoritmi (6, 9 CFU)

Classe 3 (matricole congrue 2 modulo 3) – Prof.ssa Anselmo

Appello del 18 Febbraio 2019

### Attenzione:

Inserire **i propri dati** nell'apposito spazio soprastante e sottostante.

**Non voltare la pagina** finché non sarà dato il via.

Dal via avrete **2 ore** di tempo per rispondere alle domande.

La prova consta di **8** domande a risposta multipla e **3** domande aperte.

Per le domande a risposta multipla occorre rispondere inserendo la lettera scelta nell'apposito **quadrato** accanto al numero della domanda. In caso di ripensamento, cancellare la risposta data e disegnare accanto un nuovo quadrato con la lettera scelta. Inoltre:

ogni risposta esatta vale **4 punti**;

ogni risposta errata vale **-1 punto**;

ogni domanda lasciata in bianco vale **0 punti**.

Le domande a risposta multipla valgono in tutto **32** punti, quelle aperte **68** punti, per un totale di **100** punti.

E' sempre necessario **giustificare** le risposte date alle domande aperte.

Si è ammessi all'orale se si totalizzano almeno **40/100** punti di cui almeno **10/32** nelle domande a risposta multipla. **I risultati** saranno disponibili sulla pagina del corso:

<http://www.di-srv.unisa.it/professori/anselmo/pjalgo1718.htm>.

Eventuali appunti possono essere scritti fra le domande a risposta multipla, purché sia ben **chiara** la risposta **all'interno del quadrato**, oppure nell'ultima pagina riservata agli appunti. Il contenuto di tale pagina **non** verrà corretto, a meno che non sia diversamente indicato da voi.

Gli orali si terranno dal 19 al 22 febbraio. Potete eventualmente indicare di seguito una data in cui avreste seri motivi per non poter sostenere l'orale:

\_\_\_\_\_

COGNOME: .....

Nome: .....

Numero di matricola: .....

Multiple/32	Quesito 1/24	Quesito 2/22	Quesito 3/22	Totale/100

- 1) 1
- Il tempo di esecuzione del seguente frammento di pseudocodice è
- ```

for i=1 to n/2
    if i>10 then
        x=2x
return x

```
- A.  $O(\log n)$   
B.  $\Theta(n \log n)$   
C.  $\Theta(n)$   
D. Nessuna delle risposte precedenti
- 2) 2
- Sia T l'albero ottenuto dalla visita in ampiezza (BFS) di un grafo G. Ogni arco che appartiene a G, ma non a T
- A. Collega due vertici appartenenti allo stesso livello (*layer*)  
B. Collega due vertici formando un ciclo di lunghezza dispari  
C. Collega un vertice con un suo discendente  
D. Nessuna delle risposte precedenti
- 3) 3
- Si consideri il grafo  $G=(V,E)$  con  $V=\{1,2,3,4,5,6\}$  e  $E=\{(1,2), (2,3), (4,5), (5,6)\}$ .
- A. G è un grafo connesso  
B. G non è un grafo connesso e ha due componenti connesse  
C. Dipende dal costo degli archi  
D. Nessuna delle risposte precedenti
- 4) 4
- Si consideri il grafo diretto  $G=(V, E)$  con  $V=\{u, v, x, y, z\}$ ,  $E=\{(u,v), (v,y), (x,y), (x,v), (z,x), (z,u)\}$ .
- A. G non ha un ordinamento topologico  
B. G ha esattamente 1 ordinamento topologico  
C. G ha esattamente 2 ordinamenti topologici  
D. Nessuna delle risposte precedenti
- 5) 5
- Si consideri il problema dello *scheduling* che minimizza il ritardo. Quale delle seguenti affermazioni è vera?
- A. Ogni soluzione ottimale non ha tempi di inattività (*idle time*)  
B. Ogni soluzione ottimale non ha inversioni  
C. Esiste una soluzione ottimale che non ha tempi di inattività (*idle time*)  
D. Nessuna delle risposte precedenti
- 6) 6
- Un minimo albero di copertura (MST) per un grafo pesato  $G=(V,E)$  è:
- A. Un sottografo di G di peso totale minimo  
B. Un insieme aciclico di archi di E di peso totale minimo  
C. Un albero col minimo numero di archi di E il cui insieme di vertici è V  
D. Nessuna delle risposte precedenti
- 7) 7
- La proprietà del ciclo per un grafo pesato
- A. permette di stabilire se il grafo è aciclico  
B. individua archi che non appartengono ad un minimo albero di copertura (MST)  
C. individua archi che appartengono ad un minimo albero di copertura (MST)  
D. Nessuna delle risposte precedenti
- 8) 8
- La proprietà di **conservazione** del flusso afferma che per ogni nodo v della rete di flusso la somma del flusso degli archi uscenti da v meno la somma del flusso degli archi entranti in v è:
- A. uguale al valore del flusso  
B. uguale all'opposto del valore del flusso  
C. uguale a 0  
D. Nessuna delle risposte precedenti

**Quesito 1** (24 punti) (*Programmazione dinamica*)

Si supponga che per un certo problema (a noi ignoto) i dati in ingresso siano costituiti da una sequenza  $x_1, x_2, \dots, x_n$  di interi distinti e la soluzione sia data dal valore  $OPT(n)$  così definito ricorsivamente:

$$\begin{aligned} OPT(i) &= 1 && \text{se } i = 1 \\ OPT(i) &= \max_{\substack{1 \leq j < i \\ x_j \leq x_i}} \{OPT(j) + 1\} && \text{altrimenti.} \end{aligned}$$

Scrivere lo **pseudocodice** di un algoritmo di **programmazione dinamica** per il calcolo della soluzione al problema. Analizzarne la complessità di tempo e di spazio, giustificando la risposta.

**Quesito 2 (22 punti)**

Sia  $G=(V,E)$  un grafo pesato in cui ogni arco  $e$  in  $E$  ha un costo intero positivo  $c_e$  e i costi degli archi siano a due a due distinti. Sia poi  $G^+=(V,E)$  lo stesso grafo in cui però ogni arco  $e$  in  $E$  abbia costo  $c_e+2$ .

- a) Se  $T$  è un minimo albero di ricoprimento (MST) per  $G$ , allora  $T$  è anche un MST per  $G^+$ ?  
Se pensate di sì, fornite una giustificazione; se pensate di no, fornite un controesempio.
- b) Siano  $s$  e  $t$  due vertici in  $V$ . Se  $P$  è un cammino da  $s$  a  $t$  di costo minimo in  $G$ , allora  $P$  è un cammino da  $s$  a  $t$  di costo minimo anche in  $G^+$ ?  
Se pensate di sì, fornite una giustificazione; se pensate di no, fornite un controesempio.

**Quesito 3** (22 punti) (*Grafi bipartiti*)

- a) Definire cos'è un grafo.
- b) Definire cos'è un grafo bipartito.
- c) Descrivere verbalmente l'algoritmo studiato per testare se un grafo è bipartito.
- d) Eseguire l'algoritmo descritto al punto precedente sul grafo  $G=(V,E)$  con  $V=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,8\}$ ,  
 $E=\{(1,2), (1,3), (1,5), (2,4), (2,6), (3,4), (3,7), (4,8), (5,6), (5,7), (6,8), (7,8)\}$ .

