

COGNOME: _____ Nome: _____

Progettazione di Algoritmi

Classe 3 (matricole congrue 2 modulo 3) – Prof.ssa Anselmo

Preappello del 12 giugno 2017

Attenzione:

Inserire **i propri dati** nell'apposito spazio soprastante e sottostante.

Non voltare la pagina finché non sarà dato il via.

Dal via avrete **2 ore** di tempo per rispondere alle domande.

La prova consta di **8** domande a risposta multipla e **4** domande aperte.

Per le domande a risposta multipla occorre rispondere inserendo la lettera scelta nell'apposito **quadrato** accanto al numero della domanda. In caso di ripensamento, cancellare la risposta data e disegnare accanto un nuovo quadrato con la lettera scelta. Inoltre:

ogni risposta esatta vale **4 punti**;

ogni risposta errata vale **-1 punto**;

ogni domanda lasciata in bianco vale **0 punti**.

Le domande a risposta multipla valgono in tutto **32** punti, quelle aperte **68** punti, per un totale di **100** punti.

Si è ammessi all'orale se si totalizzano almeno **40** punti di cui almeno **10/32** nelle domande a risposta

multipla. I risultati saranno disponibili sulla pagina del corso

<http://www.disrv.unisa.it/professori/anselmo/pjalgo1617.htm>.

Eventuali appunti possono essere scritti fra le domande a risposta multipla, purché sia ben **chiara** la risposta **all'interno del quadrato**, oppure nell'ultima pagina.

Gli orali si svolgeranno fra il 19/6 e il 6/7. Eventuali indicazioni sulla data dell'orale possono essere segnate

qui: _____

COGNOME:

Nome:

Numero di matricola:

multiple/32 quesito 1/22 quesito 2/20 quesito 3/18 quesito 4/8 **Totale/100**

--	--	--	--	--	--

- 1) 1
 Qual è il tempo di esecuzione del seguente frammento di pseudocodice?
- ```

x=0
for i=1 to n/2
 for j=1 to logn
 x=i+j
return x

```
- A.  $\Theta(n \log n)$   
 B.  $O(n \log n)$ , ma non  $\Theta(n \log n)$   
 C.  $\Theta(n^2)$   
 D. Nessuna delle risposte precedenti
- 2) 2   
 Si consideri il problema della struttura secondaria dell'RNA e la soluzione studiata. La relazione di ricorrenza per  $OPT(i,j)$ , nel caso generale, (per un valore di  $t$ ,  $i \leq t < j-4$ , che soddisfa delle ulteriori opportune condizioni) è:
- A.  $OPT(i,j) = \max \{ OPT(i, j-1), \max \{ OPT(i, t) + OPT(t, j) \} \}$   
 B.  $OPT(i,j) = \max \{ OPT(i, j-1), \max \{ 1 + OPT(i, t-1) + OPT(t+1, j-1) \} \}$   
 C.  $OPT(i,j) = \min \{ OPT(i, j-1), \min \{ 1 + OPT(i, t-1) + OPT(t+1, j-1) \} \}$   
 D. Nessuna delle risposte precedenti
- 3) 3   
 L'algoritmo di Dijkstra può essere implementato
- A. con una coda a priorità  
 B. con una struttura dati Union-Find  
 C. con una tabella  $n \times n$   
 D. Nessuna delle risposte precedenti
- 4) 4   
 Sia  $\{a, b, c, d\}$  un alfabeto i cui simboli hanno le seguenti frequenze:  $f(a)=13$ ,  $f(b)=18$ ,  $f(c)=40$ ,  $f(d)=29$ . La lunghezza media per bit  $ABL(\gamma)$  della codifica  $\gamma$  che associa ad  $a, b, c, d$ , rispettivamente: 1100, 111, 10, 1 è
- A. 2,5  
 B. 2,15  
 C. 2,02  
 D. Nessuna delle risposte precedenti
- 5) 5   
 La complessità di tempo delle implementazioni studiate dell'algoritmo di Kruskal e dell'algoritmo di Prim, sono, rispettivamente
- A.  $O(m \log n)$  e  $O(mn)$   
 B.  $O(mn)$  e  $O(m \log n)$   
 C.  $O(m \log n)$  entrambe  
 D. Nessuna delle risposte precedenti
- 6) 6   
 Quanti archi ha un MST di un grafo  $G$  con  $n$  vertici e  $m$  archi?
- A.  $m-1$   
 B.  $n-1$   
 C.  $n$   
 D. Nessuna delle risposte precedenti
- 7) 7   
 Se un flusso  $f$  in una rete di flusso  $G=(V,E)$  assegna ad un arco  $(u,v)$  di capacità 10 un flusso 7, nel corrispondente grafo residuale  $G_f$  avremo
- A. Un arco  $(u,v)$  con capacità residuale 3 e un arco  $(v,u)$  con capacità residuale 10  
 B. Un arco  $(u,v)$  con capacità residuale 3 e un arco  $(v,u)$  con capacità residuale 7  
 C. Un arco  $(v,u)$  con capacità residuale 3 e un arco  $(u,v)$  con capacità residuale 7  
 D. Nessuna delle risposte precedenti
- 8) 8   
 Si consideri il grafo  $G=(V,E)$  con  $V=\{1,2,3,4,5,6\}$  e  $E=\{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6)\}$ .
- A.  $G$  è un grafo bipartito  
 B.  $G$  non è un grafo bipartito  
 C. Dipende dal costo degli archi  
 D. Nessuna delle risposte precedenti

### Quesito 1 (22 punti)

Sia  $G=(V,E)$  un grafo orientato con  $V=\{1, 2, \dots, n\}$  ed  $E=\{(i,j) \text{ con } 1 \leq i < j \leq n\}$ ; inoltre ad ogni arco  $(i,j)$  è associato un costo intero non-negativo  $c(i,j)$ . Il **costo alternato** di un cammino  $(x_1, x_2, \dots, x_k)$  in  $G$  è definito come la somma dei costi degli archi di posto dispari nel cammino (il primo, il terzo, ...) meno la somma dei costi degli archi di posto pari (il secondo, il quarto, ...) nel cammino. In altre parole, il costo alternato di un cammino  $(x_1, x_2, \dots, x_k)$  in  $G$  che passa per  $k$  vertici è dato da:

$c(x_1, x_2) - c(x_2, x_3) + c(x_3, x_4) - c(x_4, x_5) + \dots - c(x_{k-2}, x_{k-1}) + c(x_{k-1}, x_k)$  se  $k$  è pari

$c(x_1, x_2) - c(x_2, x_3) + c(x_3, x_4) - c(x_4, x_5) + \dots + c(x_{k-2}, x_{k-1}) - c(x_{k-1}, x_k)$  se  $k$  è dispari.

*Esempio:* Se  $V=\{1, 2, \dots, 10\}$  il costo alternato del cammino  $(1, 3, 4, 8)$  che passa per  $k=4$  vertici in  $G$  è dato da:  $c(1,3) - c(3,4) + c(4,8)$ ; mentre il costo alternato del cammino  $(1, 3, 4, 8, 10)$  che passa per  $k=5$  vertici in  $G$  è dato da:  $c(1,3) - c(3,4) + c(4,8) - c(8,10)$ .

Il problema è quello di determinare il **costo alternato minimo** di un cammino da 1 a  $n$  in  $G$ .

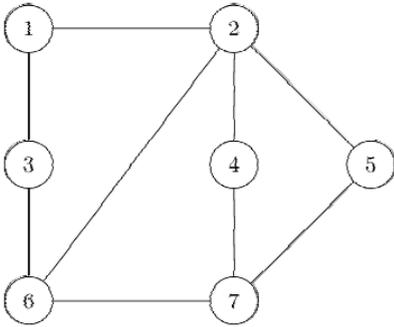
a) Descrivere un algoritmo di **programmazione dinamica** che risolve il problema.

Può essere utile definire una funzione  $OPT(i, \text{pari})$  come il costo alternato minimo di un cammino da 1 a  $i$  in  $G$  che passa per un numero pari di vertici, e una funzione  $OPT(i, \text{dispari})$  come il costo alternato minimo di un cammino da 1 a  $i$  in  $G$  che passa per un numero dispari di vertici.

b) Analizzare la complessità di tempo e di spazio dell'algoritmo proposto.

**Quesito 2** (20 punti) (*Vertici a distanza massima*)

- a) Descrivere un algoritmo che dati un grafo  $G=(V,E)$  e un vertice  $s$  in  $V$ , restituisca la lista dei nodi a **distanza massima** da  $s$ . Nota: si potrà ottenere il massimo della votazione solo se l'algoritmo è descritto tramite pseudo-codice.
- b) Analizzarne la complessità del tempo di esecuzione specificando la rappresentazione usata per il grafo.
- c) Eseguire l'algoritmo proposto al punto a) sul seguente grafo e vertice  $s=3$ .



**Quesito 3** (18 punti) (*Super-mamma*)

Super-mamma è una mamma del Sud Italia con dei figli molto esigenti. Oggi pomeriggio è un susseguirsi di richieste. Alice: «Mamma, vorrei cenare alle 8, perché vorrei cominciare a studiare presto; mi fai ... una bella lasagna?» (tempo di preparazione: 2 ore). Bea: «Mamma, mi puoi stirare il vestito nero, che alle 9 devo uscire?» (tempo necessario: mezz'ora). Ciro: «Mammà; ho la partita alle 7, mi aiuti con i compiti così li finisco in tempo?» (tempo necessario: 2 ore). Davide (il cocco di mamma...): «Mamma cara, ma se alle 10 andassimo insieme al cinema? Quanto tempo ti ci vuole a prepararti?» (tempo necessario: 1 ora).

Super-mamma vorrebbe accontentare tutti, ma non è possibile: adesso sono le 5! Riuscirà Super-mamma a fare in modo che nessuno sia in ritardo più di 1 ora?

- a) Quale problema (fra quelli studiati da noi) deve risolvere Super-mamma? Descriverlo formalmente indicandone input e output.
- b) Eseguire l'algoritmo studiato per stabilire se Super-mamma può fare in modo che nessuno sia in ritardo più di 1 ora.

**Quesito 4** (8 punti) (*DAG*)

Dimostrare che se un grafo diretto è aciclico allora esiste un suo vertice senza archi entranti.

**Pagina per appunti**