Fondamenti di Programmazione (Prof.ssa Anselmo)	**Anno Acc. 2003-04**

Secondo appello Settembre - 24 Settembre 2004

Cognome: **Nome:** **Matricola:**

Rispondere a tutte le domande usando lo spazio designato. Non usare altri fogli.

Spazio riservato alla correzione

1	2	3	4	5	6	**Tot.**
/18	/18	/15	/17	/17	/15	/100

1. *(18 punti)*

   Si consideri la seguente relazione di ricorrenza

   BASE: $T(1) = 1$

   INDUZIONE: $T(n) = 5T(n-1) + 2$, per $n > 1$.

   Si vuole determinare il valore esatto di $T(n)$ per ogni $n > 1$.

   a) Determinare i valori iniziali di $T(n)$: $T(1) =$, $T(2) =$, $T(3) =$

   b) Espandere la regola induttiva ed esprimere $T(n)$ in termini di $T(n-2)$.

   c) Esprimere $T(n)$ in termini di $T(n-3)$.

   d) Determinare la regola generale per esprimere $T(n)$ in termini di $T(n-i)$.

   e) Per quale valore di i si può eliminare $T(n-i)$ dall'espressione?

   f) Utilizzare la risposta ai punti d) ed e) per esprimere $T(n)$ in termini solo di n (cioè non in funzione di altri valori della funzione T).

2. *(18 punti)*
Verificare mediante induzione che la seguente affermazione $S(n)$ è vera per ogni $n \geq 1$

$$S(n): \quad \sum_{i=1}^{n} i\,3^i = \frac{3}{4}[(2n-1)3^n + 1].$$

3. *(15 punti)*
a) Disegnare l'albero binario di ricerca T la cui lista preorder dei nodi è: (10,7,3,9,21,15,25);
b) Disegnare l'albero binario di ricerca che si ottiene cancellando da T il nodo con label 10.

4. *(17 punti)*
Si scriva una funzione ricorsiva per il calcolo della funzione $f(n)$ definita come segue:
$f(0) = 1$,
$f(1) = f(2) = 2$
$f(n) = f(n-1) + 2\,f(n-2) + 3\,f(n-3) - n$, per ogni $n > 2$.
Funzioni non ricorsive saranno valutate 0.

5. *(17 punti)*

Si consideri il seguente frammento di programma in cui n è un intero positivo.

```
somma = 0;
for (i=1; i<=n; i++)
    somma = somma + 2*i;
```

Si vuole mostrare che al termine del ciclo `for`, la variabile *somma* contiene $\sum_{j=0}^{n} 2j$.
A tale scopo definiamo la seguente invariante relativa al ciclo `for` nel frammento

S(k): "Se si raggiunge il controllo del ciclo `for` con $i = k$, $k \geq 1$, allora *somma* contiene $\sum_{j=0}^{k-1} 2j$."

Si dimostri per induzione che $S(k)$ è vera per ogni k con $k \geq 1$.

Base (indicando il valore base di k):

Passo Induttivo (descrivere dettagliatamente il ragionamento fatto):

Mostrare che al termine del ciclo `for`, la variabile *somma* contiene $\sum_{j=0}^{n} 2j$:

6. *(15 punti)*

Illustrare il risultato di ognuna delle seguenti operazioni applicate successivamente ad una coda Q inizialmente vuota: incoda(13,Q), incoda(12,Q), incoda(5,Q), fuoricoda(Q), incoda(6,Q), incoda(20,Q), fuoricoda(Q), fuoricoda(Q), incoda(8,Q), incoda(38,Q).