

## Primo appello Settembre - 8 Settembre 2003

Cognome:

Nome:

Matricola:

La soluzione al compito va scritta nello spazio designato. Utilizzare le ultime pagine per appunti o 'brutta copia'. Non usare altri fogli.

Spazio riservato alla correzione

1	2	3	4	5	6	Tot.
/20	/20	/20	/12	/14	/12	/100

- (20 punti) Scrivere una funzione ricorsiva che, avendo in input un intero  $k$  ed un albero binario di ricerca  $B$  rappresentato mediante un puntatore alla radice, restituisce la piu' piccola etichetta di un nodo di  $B$  che sia maggiore o uguale a  $k$ , se esiste,  $\infty$  altrimenti. Analizzare il tempo di esecuzione della funzione proposta.

- (20 punti) Un albero binario di ricerca  $T$  ammette una lista  $l = (n_1, \dots, n_k)$  di interi non negativi se  $l$  è la lista in ordine anticipato (preorder) delle etichette dei nodi di  $T$ .

Dimostrare mediante induzione strutturale che la seguente affermazione  $S(T)$  è vera per ogni albero binario di ricerca  $T$ .

$S(T)$ : " Se un albero binario di ricerca  $T$  ammette una lista  $l$ , allora  $T$  è l'unico albero binario di ricerca che ammette  $l$ ."

L'esercizio è valutato zero se si dà una dimostrazione che non usa l'induzione strutturale.

**Mostrare la Base:**

**Mostrare il Passo Induttivo:**

3. (20 punti) Siano  $A[1..n]$ ,  $B[1..n]$  due vettori i cui elementi sono dei caratteri presi nell'alfabeto italiano ( $a, b, c \dots, z$ ) ordinato come abitualmente:  $a < b < c < \dots < z$ . Diremo che la stringa rappresentata da  $A[1..n]$  e' *lessicograficamente minore* di quella rappresentata da  $B[1..n]$  se per qualche valore  $i \geq 1$ , i primi  $i - 1$  caratteri dei due vettori coincidono, ma l' $i$ -esimo carattere  $A[i]$  del primo vettore e' minore dell' $i$ -esimo carattere  $B[i]$  del secondo vettore. (Informalmente se  $A[1..n]$  e  $B[1..n]$  rappresentano due parole della lingua italiana, la stringa rappresentata da  $A[1..n]$  e' lessicograficamente minore di quella rappresentata da  $B[1..n]$ , se in un vocabolario italiano la prima precede la seconda).

Si consideri il seguente frammento di programma, dove  $A[1..n]$ ,  $B[1..n]$  sono due vettori di  $n$  caratteri:

```
i=1;
while (A[i]=B[i] and i<=n) i++;
if (i=n+1) confronto=0
    else if (A[i]<B[i]) confronto=1
        else confronto=2
return confronto;
```

a) Definire un'opportuna invariante del ciclo while che permetta di dimostrare la correttezza del frammento di programma, cioe' che la variabile confronto restituita e' 0 se i due vettori sono uguali, 1 se la stringa memorizzata in  $A$  e' lessicograficamente minore di quella memorizzata in  $B$ , 2 se la stringa memorizzata in  $B$  e' lessicograficamente minore di quella memorizzata in  $A$ . (Non e' richiesta la dimostrazione dell'invariante)

b) Supponendo che l'invariante definita al punto a) sia vera, dimostrare la correttezza del frammento di programma.

4. (12 punti) Simulare l'esecuzione del MERGESORT sul vettore (10, 3, 5, 8, 1).
5. (14 punti) Descrivere una funzione che avendo in input una lista concatenata  $L$  di interi e un intero  $k$  inserisca  $k$  in testa alla lista. E' necessario specificare qual e' la struttura dati scelta per rappresentare la lista.
6. (12 punti) Dimostrare le seguenti affermazioni, fornendo i valori  $c$  ed  $n_0$  che provano che la relazione O-grande è valida.
- a)  $20n^3 + 10n \log n + 5$  è  $O(n^3)$
  - b)  $2^{100}$  è  $O(1)$
  - c)  $(n + 1)^2$  è  $O(n^2)$ .

PAGINA PER APPUNTI O 'BRUTTA COPIA'

PAGINA PER APPUNTI O 'BRUTTA COPIA'

PAGINA PER APPUNTI O 'BRUTTA COPIA'