

## Seconda prova intermedia - 21 giugno 2004

Cognome:

Nome:

Matricola:

Rispondere a tutte le domande usando lo spazio designato. Non usare altri fogli.

Indicare la preferenza per la data dell'orale:

Fine giugno	Prima meta' di luglio	Seconda meta' di luglio

Spazio riservato alla correzione

1	2	3	4	5	6	Tot.
/17	/17	/16	/17	/17	/16	/100

1. (17 punti)

Si consideri la seguente relazione di ricorrenza:

**BASE:**  $T(1) = 1$ **INDUZIONE:**  $T(n) = 2T(n/2) + n^2$ , per  $n$  potenza di 2 ed  $n > 1$ .Si vuole determinare il valore esatto di  $T(n)$  per ogni  $n > 1$ ,  $n$  potenza di 2.a) Determinare i valori iniziali di  $T(n)$ :  $T(1) =$  ,  $T(2) =$  ,  $T(4) =$ b) Espandere la regola induttiva ed esprimere  $T(n)$  in termini di  $T(n/2^2)$ .c) Esprimere  $T(n)$  in termini di  $T(n/2^3)$ .d) Determinare la regola generale per esprimere  $T(n)$  in termini di  $T(n/2^i)$ .e) Per quale valore di  $i$  si può eliminare  $T(n/2^i)$  dall'espressione?f) Utilizzare la risposta ai punti d) ed e) per esprimere  $T(n)$  in termini solo di  $n$  (cioè non in funzione di altri valori della funzione  $T$ ). Si ricorda che risulta  $\sum_{j=0}^{k-1} 1/2^j = 2 - 1/2^{k-1} = (2^k - 1)/2^{k-1}$ .

## 2. (17 punti)

Scrivere una funzione ricorsiva che, avendo in input una lista di interi positivi, rappresentata mediante *lista concatenata*, restituisce la somma dei suoi elementi maggiori di 10. Le funzioni che non sono ricorsive saranno valutate zero.

## 3. (16 punti)

Illustrare il risultato di ognuna delle seguenti operazioni applicate a una coda  $C$  inizialmente vuota e rappresentata mediante *lista concatenata*: enqueue(7,C), enqueue(2,C), enqueue(5,C), dequeue(C), enqueue(4,C), enqueue(5,C), dequeue(C), enqueue(1,C), dequeue(C), dequeue(C).

## 4. (17 punti)

Scrivere una funzione ricorsiva in  $C$  che, dato un *albero binario di ricerca* non vuoto, stampa le etichette dei suoi nodi in ordine *decrescente*. Le funzioni che non sono ricorsive e che non utilizzano la proprietà dell'albero binario di ricerca saranno valutate zero. Esplicitare dove viene utilizzata la proprietà dell'albero binario di ricerca.

## 5. (17 punti)

Dimostrare la seguente affermazione  $S(T)$  mediante l'induzione strutturale.  $S(T)$ : "Se  $T$  è un albero non vuoto in cui ogni nodo ha zero o quattro figli, allora  $T$  ha un numero dispari di nodi". L'esercizio è valutato zero se si dà una dimostrazione che non usa l'induzione strutturale.

## 6. (16 punti)

Dato un albero binario di ricerca  $T$  inizialmente vuoto, disegnare gli alberi binari di ricerca risultanti dall'esecuzione successiva delle seguenti operazioni nell'ordine dato:

- (a) Inserisci( $T$ , 15)
- (b) Inserisci( $T$ , 7)
- (c) Inserisci( $T$ , 20)
- (d) Inserisci( $T$ , 12)
- (e) Inserisci( $T$ , 25)
- (f) Cancella( $T$ , 15)
- (g) Inserisci( $T$ , 7)
- (h) Cancella( $T$ , 12)