

## Prima prova intermedia 26 Aprile 2005

Cognome:

Nome:

Matricola:

La soluzione al compito va scritta nello spazio designato. Non usare altri fogli.

Spazio riservato alla correzione

1	2	3	4	5	6	Tot.
/18	/17	/17	/16	/16	/16	/100

1. (18 punti) Si vuole provare che la seguente funzione `StampaPrimi(n)`, dove `prime(i)` è una funzione booleana che restituisce TRUE se e solo se  $i$  è un numero primo,

```
void StampaPrimi(int n)
for (i=1; i <= n; i++){
    if prime(i)
        printf('%d\n', i);}
```

stampa tutti i numeri primi minori o uguali ad  $n$  in ordine crescente. A tale scopo definiamo l'invariante di ciclo  $S(k)$ : "Se si raggiunge il controllo " $i \leq n$ " con  $i = k$ , allora sono stati stampati tutti i numeri primi strettamente minori di  $k$  in ordine crescente".

Si dimostri per induzione che  $S(k)$  è vera per ogni  $k \geq 1$ .

**Mostrare la Base :**

**Mostrare il Passo Induttivo:**

**Mostrare la Correttezza al termine del ciclo:**

2. (17 punti) Si considerino le seguenti funzioni:

$$f(n) = 10n^2 + \sqrt{n}, \quad g(n) = n^2 \lg n, \quad h(n) = \begin{cases} 1234n^5 & \text{se } n \leq 123 \\ n^2 & \text{se } n > 123. \end{cases}$$

Per ognuna delle seguenti affermazioni dire se essa è vera o falsa. Per ogni affermazione vera si devono fornire i valori  $c$  ed  $n_0$  che provano che la relazione O-grande è valida e **giustificare la risposta**.

a)  $f(n)$  è  $O(g(n))$

b)  $f(n)$  è  $O(h(n))$

c)  $g(n)$  è  $O(f(n))$

d)  $g(n)$  è  $O(h(n))$

e)  $h(n)$  è  $O(f(n))$

f)  $h(n)$  è  $O(g(n))$ .

3. (17 punti)

Mostrare per induzione che per ogni intero  $n$ ,  $n \geq 5$ , la seguente affermazione  $S(n)$  è vera:

$$S(n) : n^2 + 50 \leq 3 \times 2^n$$

4. (16 punti) Scrivere in C una funzione ricorsiva  $FUNZ(n)$  che restituisce l'intero  $F(n)$  così definito:

$$F(0) = 5$$

$$F(n) = \begin{cases} F(n/2) + n/2 & \text{se } n \geq 1 \text{ ed } n \text{ è pari} \\ F((n-1)/2) + (n-1)/2 & \text{se } n \geq 1 \text{ ed } n \text{ è dispari.} \end{cases}$$

## 5. (16 punti)

Si consideri la seguente funzione ricorsiva con  $A$  vettore di  $n$  elementi interi indicizzati da 0 a  $n - 1$ .

```
void RADDOPPIA(int A[], int i, int n)
if (i < n){
    A[i] = 2 * A[i];
    RADDOPPIA(A, i+1, n);}
}
```

Simulare l'esecuzione di  $RADDOPPIA(A, 0, n)$  sul vettore  $A[0..5] = [13, 20, 8, 1, 30, 7]$ , indicando le chiamate ricorsive effettuate nell'ordine, il contenuto del vettore prima di ogni chiamata e il contenuto finale del vettore.

6. (16 punti) Si analizzi il tempo di esecuzione della funzione  $StampaPrimi(n)$  dell'esercizio 1, nell'ipotesi che la funzione  $prime(i)$  abbia tempo di esecuzione:
- $O(\sqrt{i})$
  - $O(i)$ .