

Cognome:

Nome:

Matricola:

**Rispondere alle domande usando lo spazio designato. NON USARE ALTRI FOGLI.**

Spazio riservato alla correzione

1	2	3	4	5	Tot/100
/20	/20	/20	/20	/20	/100

1. Si consideri il seguente algoritmo:

```
ALGO(X[1..n])
```

```
if n = 1 then return X[1]
  else x <-- ALGO(X[1..n-1])
      if x < X[n] then return X[n]
      else return x
```

(a) Cosa calcola l'algoritmo?

(b) Derivare una equazione di ricorrenza per la complessita' dell'algoritmo e risolverla. Giustificare le affermazioni fatte.

2. Una sequenza di interi  $x_1, x_2, \dots, x_n$  si dice 2-crescente se per ogni  $i = 1, \dots, n-3$  e  $j > i+2$  si ha che  $x_j > x_i$ .

a) Dare un esempio di una sequenza 2-crescente e di una non 2-crescente.

b) Si analizzi la complessita' del caso pessimo dei seguenti algoritmi quando l'input e' sempre una sequenza 2-crescente. Giustificare la risposta.

b1) MERGE-SORT:  $\Theta(n)$ ,  $\Theta(n \log n)$  o  $\Theta(n^2)$ ?

b2) QUICK-SORT:  $\Theta(n)$ ,  $\Theta(n \log n)$  o  $\Theta(n^2)$ ?

3. a) Definire cos'e' la profondita' di un nodo in un albero.

b) Descrivere ed analizzare un algoritmo che dato un max-heap di altezza  $h$  restituisca le chiavi nell'ultimo livello (cioe' a profondita' massima) in ordine da sinistra a destra.

c) Descrivere ed analizzare un algoritmo che dato un max-heap restituisca le chiavi nel penultimo livello in ordine da sinistra a destra.

4. Si consideri la seguente funzione  $c(i, j)$  definita per ogni  $0 \leq i, j \leq n$  e da:

$$c(i, 0) = i \text{ per ogni } 0 \leq i \leq n;$$

$$c(n, j) = j \text{ per ogni } 1 \leq j \leq n;$$

$$c(i, j) = \max\{5, c(i, j-1), c(i+1, j-1)\} \text{ altrimenti.}$$

a) Scrivere lo pseudocodice di un algoritmo di programmazione dinamica per il calcolo di  $c(i, n)$  per ogni  $i = 0, 1, \dots, n$ .

b) Analizzare la complessità di tempo e di spazio dell'algoritmo proposto.

## 5. 20 punti

Una *copertura di vertici* in un grafo  $G = (V, E)$  e' un sottoinsieme  $V' \subseteq V$  tale che per ogni arco  $(u, v) \in E$  allora o  $u \in V'$  o  $v \in V'$  o entrambi. Si consideri il problema di determinare in un grafo una copertura di vertici di cardinalita' minima.

- a) Si definisca il linguaggio COPERTURA associato.
- b) Si dimostri che il linguaggio COPERTURA e' in NP.

PAGINA PER APPUNTI

PAGINA PER APPUNTI