

Cognome:

Nome:

Matricola:

**Rispondere alle domande usando lo spazio designato. NON USARE ALTRI FOGLI.**

Indicare l'eventuale preferenza per la data dell'orale:

Prima del 12 febbraio	Dopo il 12 febbraio

Spazio riservato alla correzione

1	2	3	4	5	6	<b>Tot/100</b>
/16	/17	/16	/17	/17	/17	/100

1. 16 punti

Siano  $f(n)$  e  $g(n)$  funzioni positive. Per ognuna delle seguenti affermazioni dire se essa e' vera o falsa e dimostrare formalmente la propria risposta.

(a)  $2f(n) + 3g(n) = \Theta(f(n) + g(n))$

(b)  $\max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n) + g(n))$

(c)  $7n = \Omega(3n \log n + 10)$ .

## 2. 17 punti

Descrivere ed analizzare un algoritmo che in tempo  $O(n + k \log k)$ , preso in input un array  $A[1..n]$  di interi e un intero  $k$  con  $1 \leq k \leq n$ , restituisca i  $k$  interi piu' grandi in ordine crescente.

Un algoritmo con complessita' di tempo superiore a quella richiesta non potra' raggiungere il massimo della valutazione.

## 3. 16 punti

a) Si disegni l'albero binario di ricerca ottenuto dopo l'inserimento in ordine in un albero inizialmente vuoto delle seguenti chiavi: 8, 10, 9, 7, 12, 3.

b) Si colori l'albero in modo da ottenere un albero rosso-nero e si indichi l'altezza nera di ogni nodo.

c) Si applichi la LEFT-ROTATE intorno al nodo con chiave 10.

d) Si ricolori l'albero in modo da ottenere un albero rosso-nero o si spieghi perche' cio' non e' possibile.

## 4. 17 punti

Un arcipelago e' formato da  $n$  isole  $i_1, i_2, \dots, i_n$ . Alcune di esse sono collegate fra loro dai traghetti della ditta ASDMAR (direttamente o tramite scali intermedi) per altre invece la ditta non effettua collegamenti. Inoltre per ogni collegamento fra due isole, la ditta effettua anche il collegamento inverso. Descrivere ed analizzare un algoritmo che, noto l'elenco dei collegamenti diretti effettuati dalla ditta, e prese in input due isole, dica se le due isole sono collegate (direttamente o indirettamente) fra loro. L'algoritmo deve utilizzare una struttura dati per insiemi disgiunti.

Esempio: l'arcipelago sia formato dalle 5 isole  $i_1, i_2, i_3, i_4, i_5$  e l'elenco dei collegamenti diretti effettuati dalla ASDMAR sia il seguente:  $\{(i_1, i_2), (i_2, i_3), (i_4, i_5)\}$ . Allora l'algoritmo con input  $i_1$  e  $i_3$  dovra' dire che le due isole sono collegate; mentre con input  $i_1$  e  $i_4$  dovra' dire che le due isole non sono collegate.

## 5. 17 punti

I numeri  $R(k, n)$  sono cosi' definiti per  $k = 1, 2$  e  $n \geq 0$ :

$$R(1, 0) = 0; R(1, 1) = 1; R(2, 0) = 2$$

$$R(1, n) = R(1, n-1) + R(1, n-2) \text{ se } n \geq 2$$

$$R(2, n) = R(2, n-1) + R(1, n) \text{ se } n \geq 1.$$

a) Scrivere lo pseudocodice di un algoritmo di programmazione dinamica per il calcolo dei numeri  $R(1, n)$  e  $R(2, n)$ .

b) Analizzare la complessita' di tempo e di spazio dell'algoritmo proposto.

c) E' possibile realizzare l'algoritmo con spazio  $O(1)$ ? Giustificare la risposta.

d) Spiegare quali sono gli elementi che fanno dell'algoritmo proposto un algoritmo di programmazione dinamica.

6. *17 punti*

- a) Spiegare (in maniera precisa ma breve) quando un linguaggio  $L$  appartiene alla classe  $P$ .
- b) Dimostrare che se  $L_1, L_2 \in P$  allora  $L_1 \cap L_2 \in P$ .
- c) Dimostrare che se  $L_1 \in P$  allora  $\bar{L}_1 \in P$ , dove  $\bar{L}_1$  indica il complemento di  $L_1$ .

PAGINA PER APPUNTI O 'BRUTTA COPIA'

PAGINA PER APPUNTI O 'BRUTTA COPIA'