

Cognome:

Nome:

Matricola:

**Rispondere alle domande usando lo spazio designato. NON USARE ALTRI FOGLI.**

Indicare l'eventuale preferenza per la data dell'orale:

Prima del 7 febbraio	Dopo il 7 febbraio

Spazio riservato alla correzione

1	2	3	4	5	6	<b>Tot/100</b>
/18	/16	/16	/17	/16	/17	/100

## 1. 18 punti

Si consideri un albero rosso-nero in cui per ogni nodo  $x$  e' definito anche il campo  $height[x]$  contenente la sua altezza.

- Descrivere un algoritmo che modifichi LEFT-ROTATE in modo da mantenere correttamente l'informazione contenuta nel campo  $height[x]$  di ogni nodo  $x$ , anche dopo la rotazione.
- Analizzare la complessita' di tempo dell'algoritmo proposto.

2. *16 punti*

Disegnare la tavola hash risultante dall'inserimento in ordine delle chiavi 15, 28, 6, 1, 5, 9, 24, 4, 23, 18, 30, 2 tramite la procedura CHAINED-HASH-INSERT che risolve le collisioni mediante il concatenamento. Si supponga che la tavola hash abbia 9 celle e che la funzione hash sia  $h(k) = (2k + 1) \bmod 9$ .

3. *16 punti*

Si determini il codice di Huffman ottimo per l'insieme di caratteri  $C = \{a, b, c, d, e, g\}$  con le seguenti frequenze  $f[a] = 12$ ,  $f[b] = 15$ ,  $f[c] = 7$ ,  $f[d] = 22$ ,  $f[e] = 17$ ,  $f[g] = 27$  ottenuto utilizzando l'algoritmo HUFFMAN studiato. Si disegni l'albero risultante e si indichi la stringa associata ad ogni carattere di  $C$ .

## 4. 17 punti

I numeri di Tribonacci sono così definiti:

$$R(0) = 0$$

$$R(1) = 0$$

$$R(2) = 1$$

$$R(n) = R(n-1) + R(n-2) + R(n-3) \text{ se } n \geq 3.$$

a) Scrivere lo pseudocodice di un algoritmo di programmazione dinamica per il calcolo dell' $n$ -esimo numero di Tribonacci  $R(n)$ .

b) Analizzare la complessità di tempo e di spazio dell'algoritmo proposto.

c) E' possibile realizzare l'algoritmo con spazio  $O(1)$ ? Giustificare la risposta.

## 5. 16 punti

Si consideri l'algoritmo SELECT per la selezione dell' $i$ -esimo elemento più piccolo, tramite la partizione intorno all'elemento  $x$ , mediana delle mediane.

Dimostrare che, se  $n \geq 140$ , allora al più  $3n/4$  elementi sono maggiori o uguali ad  $x$  e al più  $3n/4$  elementi sono minori o uguali ad  $x$ .

6. *17 punti* Si consideri l'algoritmo JANUARY-SORT ottenuto modificando l'algoritmo QUICK-SORT, in modo che il partizionamento sia effettuato intorno all'elemento  $x$ , mediana delle mediane, definito nell'algoritmo SELECT.
- a) Descrivere i passi dell'algoritmo.
  - b) Utilizzando (eventualmente) il risultato dell'esercizio 5 (anche se non dimostrato), scrivere una relazione di ricorrenza soddisfatta dal tempo di esecuzione dell'algoritmo JANUARY-SORT.
  - c) Risolvere la relazione di ricorrenza fornita al punto a).
  - d) JANUARY-SORT e' un algoritmo di ordinamento ottimale? Giustificare la risposta.

PAGINA PER APPUNTI O 'BRUTTA COPIA'

PAGINA PER APPUNTI O 'BRUTTA COPIA'