

Cognome:

Nome:

Matricola:

Rispondere alle domande usando lo spazio designato. NON USARE ALTRI FOGLI.

Spazio riservato alla correzione

1	2	3	4	5	6	Tot/100
/17	/17	/16	/16	/17	/17	/100

1. 17 punti

Si consideri un albero rosso-nero in cui per ogni nodo x è definito anche il campo $size[x]$ contenente il numero di elementi nel sottoalbero radicato in x .

- Descrivere un algoritmo che modifichi LEFT-ROTATE in modo da mantenere correttamente l'informazione contenuta nel campo $size[x]$ di ogni nodo x , anche dopo la rotazione.
- Analizzare la complessità di tempo dell'algoritmo proposto.

2. 17 punti

Un *ABR pesato* è un albero binario di ricerca in cui per ogni nodo x è definito anche il campo $size[x]$ contenente il numero di elementi nel sottoalbero radicato in x .

- a) Descrivere e analizzare un algoritmo che dati un ABR pesato con n elementi e un intero i con $1 \leq i \leq n$, restituisca l' i -esimo elemento più piccolo (l' i -esima statistica).
- b) In quali casi si presentano il caso pessimo e quello ottimo?

3. 16 punti

Si determini il codice di Huffman ottimo per l'insieme di caratteri $C = \{a, b, c, d, e, g\}$ con le seguenti frequenze $f[a] = 21$, $f[b] = 8$, $f[c] = 31$, $f[d] = 22$, $f[e] = 16$, $f[g] = 2$ ottenuto utilizzando l'algoritmo HUFFMAN studiato. Si disegni l'albero risultante e si indichi la stringa associata ad ogni carattere di C .

4. 16 punti

Dati due vettori di interi positivi (a_1, a_2, \dots, a_n) , (b_1, b_2, \dots, b_n) e un intero S , si consideri la seguente funzione $c(i, j)$ definita per ogni $0 \leq i \leq n$ e $0 \leq j \leq S$ da:

$$c(i, 0) = 0 \text{ per ogni } 0 \leq i \leq n;$$

$$c(0, j) = j \text{ per ogni } 0 \leq j \leq S;$$

$$c(i, j) = \max\{c(i-1, j-a_i) + b_i, c(i-1, j)\} \text{ se } j - a_i \geq 0, 1 \leq i \leq n \text{ e } 1 \leq j \leq S$$

$$c(i, j) = c(i-1, j) \text{ altrimenti.}$$

a) Scrivere lo pseudocodice di un algoritmo di programmazione dinamica per il calcolo di $c(n, S)$.

b) Analizzare la complessita' di tempo e di spazio dell'algoritmo proposto. Giustificare la risposta.

5. 17 punti

Si consideri la seguente relazione di ricorrenza:

$$T(n) = 2T(2n/3) + n^2, \text{ con } T(1) = 1.$$

a) Si risolva la relazione di ricorrenza col teorema dell'esperto (*Master Theorem*)

b) Si verifichi la soluzione trovata col metodo della sostituzione.

6. 17 punti

Un *insieme indipendente* in un grafo $G = (V, E)$ e' un sottoinsieme $V' \subseteq V$ tale che $\forall u, v \in V'$ l'arco (u, v) **non** appartiene ad E ($(u, v) \notin E$). Si consideri il problema di determinare in un grafo il sottoinsieme indipendente di cardinalita' massima.

- a) Si definisca il linguaggio INSIEME-INDIP associato.
- b) Si dimostri che il linguaggio INSIEME-INDIP e' in NP.

PAGINA PER APPUNTI O 'BRUTTA COPIA'

PAGINA PER APPUNTI O 'BRUTTA COPIA'