

Cognome:

Nome:

Matricola:

**Rispondere alle domande usando lo spazio designato. NON USARE ALTRI FOGLI.**

Indicare la preferenza per la data dell'orale:

Prima meta' di febbraio	Seconda meta' di febbraio

Spazio riservato alla correzione

1	2	3	4	5	6	<b>Tot/100</b>
/14	/14	/16	/18	/18	/20	/100

1. 14 punti

Si risolva la seguente relazione di ricorrenza:

$$T(n) = T(n - 2) + T(1) + 3n, \text{ se } n \geq 2$$

$$T(0) = T(1) = 5.$$

## 2. 14 punti

Si consideri il seguente algoritmo che prende in input un vettore  $A$  di interi:

```
SORT(A)
if length[A] < 100 then QUICKSORT(A)
    else HEAPSORT(A)
```

Analizzare la complessità dell'algoritmo SORT nel caso peggiore. È necessario giustificare la risposta.

## 3. 16 punti

Si consideri il problema di determinare se in un array ordinato  $A[1..n]$  di interi distinti esiste un indice  $i$ ,  $1 \leq i \leq n$  tale che  $A[i] = i$ .

a) Descrivere (verbalmente e tramite pseudocodice) ed analizzare un algoritmo che risolve tale problema in tempo  $O(\log n)$  nel caso in cui gli interi possano essere positivi e negativi.

b) Risolvere il problema nel caso in cui gli interi siano positivi.

Giustificare le risposte fornite.

## 4. 18 punti

Si consideri la seguente funzione  $c(i, j)$  definita per ogni  $1 \leq i, j \leq n$  da:

$$c(1, j) = j \text{ per ogni } 1 \leq j \leq n;$$

$$c(i, 1) = i \text{ per ogni } 1 \leq i \leq n;$$

$$c(i, j) = \max\{c(i-1, j-1), c(i-1, j), i+j\} \text{ per ogni } 2 \leq i, j \leq n.$$

Scrivere lo pseudocodice di un algoritmo di programmazione dinamica per il calcolo di  $c(n, n)$ .

Analizzare la complessita' dell'algoritmo proposto. E' necessario giustificare la risposta.

## 5. 18 punti

Descrivere (verbalmente e tramite pseudocodice) un algoritmo *greedy* efficiente che, dato un insieme di interi  $I = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , determini il più piccolo insieme di intervalli di ampiezza 10, del tipo  $[x, x + 10]$ , che contiene tutti gli elementi di  $I$ . Analizzare la complessità dell'algoritmo proposto e dimostrarne la correttezza.

## 6. 20 punti

Un *insieme indipendente* in un grafo  $G = (V, E)$  è un sottoinsieme  $V' \subseteq V$  tale che  $\forall u, v \in V'$  l'arco  $(u, v)$  **non** appartiene ad  $E$  ( $(u, v) \notin E$ ). Si consideri il problema di determinare in un grafo il sottoinsieme indipendente di cardinalità massima.

- a) Si definisca il linguaggio INSIEME-INDIP associato.
- b) Si dimostri che il linguaggio INSIEME-INDIP è in NP.

PAGINA PER APPUNTI O 'BRUTTA COPIA'

PAGINA PER APPUNTI O 'BRUTTA COPIA'