

Cognome:

Nome:

Matricola:

Rispondere alle domande usando lo spazio designato. NON USARE ALTRI FOGLI.

Spazio riservato alla correzione

1	2	3	4	5	6	Tot/100
/18	/16	/16	/16	/18	/16	/100

1. 18 punti

Si consideri l'algoritmo MED-QUICKSORT per l'ordinamento di un vettore $A[1..n]$ di n interi, che consiste dei seguenti passi:

- (a) Selezionare la mediana m del vettore
 - (b) Partizionare il vettore scegliendo m come elemento pivot
 - (c) Applicare ricorsivamente MED-QUICKSORT sulle due parti del vettore
- a) Scrivere lo pseudocodice di MED-QUICKSORT
- b) Analizzare la complessità asintotica di tempo nel caso gli elementi di A siano tutti distinti ed n sia pari
- c) Analizzare la complessità asintotica di tempo nel caso gli elementi di A siano tutti uguali

2. 16 punti

Simulare l'esecuzione della procedura BUILD-MAX-HEAP sul vettore $A = [3, 5, 1, 7, 4, 6, 2, 8]$ mostrando i risultati intermedi ottenuti.

3. 16 punti

Si consideri la definizione rilassata di albero rosso-nero, in cui cioè non si richiede che la radice sia necessariamente nera. Un *albero colorato* è un albero binario di ricerca in cui ogni nodo x ha un campo aggiuntivo $color[x]$ che può assumere i valori *Rosso* o *Nero*. Descrivere (verbalmente o tramite pseudocodice) ed analizzare un algoritmo ricorsivo che dato un albero colorato verifica se esso è un albero rosso-nero (nella definizione rilassata) e restituisce l'altezza nera dell'albero, se è un albero rosso-nero, -1 altrimenti. Giustificare la risposta.

4. 16 punti

Si determini il codice di Huffman ottimo per l'insieme di caratteri $C = \{a, b, c, d, e, g\}$ con le seguenti frequenze $f[a] = 20$, $f[b] = 25$, $f[c] = 7$, $f[d] = 22$, $f[e] = 18$, $f[g] = 8$ utilizzando l'algoritmo HUFFMAN studiato. Si disegni l'albero risultante e si indichi la stringa associata ad ogni carattere di C .

5. 18 punti

Descrivere ed analizzare un algoritmo di programmazione dinamica che dato un ammontare di denaro D , determini il minimo numero di monete da 1, 5, 10 e 50 centesimi necessarie per scambiare D supponendo di poter utilizzare un numero illimitato di monete dello stesso taglio. Può essere utile definire la funzione $m(X)$ che da' il minimo numero di monete da 1, 5, 10 e 50 centesimi necessarie per scambiare un certo intero $X > 0$.

Esempio. Se $D = 90$, allora il minimo è 5 monete. Se $D = 102$, allora il minimo è 4 monete.

6. 16 punti

Per ognuna delle seguenti affermazioni dire se è vera o falsa, giustificando brevemente la risposta:

- a) Se $P \neq NP$ allora nessun linguaggio di NP è decidibile in tempo polinomiale.
- b) Per ogni coppia di linguaggi NP-completi L_1, L_2 si ha $L_1 \leq_p L_2$.
- c) Nella classe NP esistono linguaggi decidibili in tempo polinomiale.
- d) Se $3CNF - SAT \in P$ allora $CRICCA \in P$.
- e) $P \cap NPC \neq \emptyset$ implica $P = NP$.