

Cognome:

Nome:

Matricola:

Rispondere a tutte le domande usando lo spazio designato. Non usare altri fogli.

Spazio riservato alla correzione

1	2	3	4	5	6	Tot.
/17	/17	/18	/15	/15	/18	/100

1. (17 punti)

Si considerino le seguenti funzioni:  $f(n) = n^3 + 2$ ,  $g(n) = \begin{cases} 5n^2 & \text{se } n \text{ è multiplo di } 3 \\ n^4 + 1 & \text{altrimenti} \end{cases}$ ,  $h(n) = (\lg n)^2 + 1$ ,

Per ognuna delle seguenti affermazioni dire se essa è vera o falsa. Per ogni affermazione vera si devono fornire delle costanti  $c$  ed  $n_0$  che provano che la relazione O-grande è valida.

a)  $f(n)$  è  $O(g(n))$ b)  $g(n)$  è  $O(f(n))$ c)  $f(n)$  è  $O(h(n))$ d)  $h(n)$  è  $O(f(n))$ e)  $g(n)$  è  $O(h(n))$ f)  $h(n)$  è  $O(g(n))$ 

2. (17 punti)

Si consideri la funzione  $f(n)$  definita ricorsivamente come segue

$$f(0) = 0,$$

$$f(n) = 2f(n-1) + n, \text{ per } n \text{ intero e } n > 0.$$

Verificare mediante induzione che la seguente affermazione  $S(n)$  è vera per ogni  $n \geq 0$

$$S(n): \quad f(n) = 2^{n+1} - n - 2$$

## 3. (18 punti)

Dimostrare la seguente affermazione  $S(T)$  mediante induzione strutturale.

$S(T)$ : Se  $T$  è un albero di altezza  $h$  in cui ogni nodo ha al più tre figli, allora il numero dei nodi di  $T$  è minore o uguale di  $\frac{3^{h+1}-1}{2}$ .

L'esercizio è valutato zero se si dà una dimostrazione che non usa l'induzione strutturale.

## 4. (15 punti)

Disegnare l'albero binario  $T$  soddisfacente le seguenti proprietà:

- la lista preorder di  $T$  è: (1,2,3,8,9,5,4,6,7);
- la lista inorder di  $T$  è: (8,3,9,2,5,1,6,4,7).

5. (15 punti)

Simulare l'esecuzione della funzione `binsearch` per la ricerca binaria dell'intero 2 nel seguente vettore ordinato: (1, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 19, 21, 22, 30, 32, 35), mostrando ad ogni chiamata i confronti fatti ed il contenuto del vettore su cui si effettua la ricerca.

6. (18 punti) Si scriva una funzione ricorsiva `PARI` che avendo in input una lista a puntatori (*linked list*)  $L$  restituisca `True` se il numero di elementi della lista è pari oppure 0, restituisca `False` altrimenti.

Funzioni non ricorsive saranno valutate 0.