**Fondamenti di Programmazione** **Anno acc. 03/04**

# Prima prova in itinere 21 Aprile 2004

Prof.ssa Anselmo - matr. dispari-pari

Cognome: Nome: Matricola:

**Rispondere a tutte le domande usando lo spazio designato. Non usare altri fogli.**

Spazio riservato alla correzione

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | **Tot.** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| /18 | /16 | /16 | /16 | /16 | /18 | /100 |

1. *(18 punti)* Si vuole provare che la seguente funzione `Conta(A,n)`

```
int Conta(int A[],int n)
{
   int m=0; int i;
1  for(i=0;i<n;i++) if(A[i]%3 == 0) m++;
2  return m;
}
```

restituisce il numero di elementi multipli di 3 dell'array $A$ (si ricorda che `x%y` restituisce il resto della divisione tra `x` e `y`). A tale scopo si mostri per induzione su k la seguente invariante relativa al ciclo for della linea 1:
*S(k): Se si raggiunge il test* `''i<n''` *con valore di* `i` *pari a k allora la variabile* `m` *contiene il numero di elementi multipli di 3 tra i primi k elementi di* `A`.

**Base (indicando il valore base di k):**

**Passo Induttivo (indicare chiaramente l'ipotesi induttiva usata e descrivere dettagliatamente il ragionamento fatto):**

**Concludere mostrando la correttezza della funzione** `Conta(A,n)`**:**

2. *(16 punti)* Si considerino le seguenti funzioni: $f(n) = max(n^2, 3n)$, $g(n) = n^2 + \lg n$, $h(n) = \begin{cases} n^3 & \text{se } n \text{ è pari} \\ n^2 & \text{se } n \text{ è dispari.} \end{cases}$
   Per ognuna delle seguenti affermazioni dire se essa è vera o falsa. Per ogni affermazione vera si devono fornire i valori $c$ ed $n_0$ che provano che la relazione O-grande è valida.
   a) $f(n)$ è $O(g(n))$
   b) $f(n)$ è $O(h(n))$
   c) $g(n)$ è $O(f(n))$
   d) $g(n)$ è $O(h(n))$
   e) $h(n)$ è $O(f(n))$
   f) $h(n)$ è $O(g(n))$

3. *(16 punti)*
   Scrivere una funzione *ricorsiva* $POT(n)$ per il calcolo dei numeri $F(n)$ definiti da:

$$\begin{aligned} F(1) &= 4 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) + \ldots + F(1) + 4, \quad n \geq 2. \end{aligned}$$

4. *(16 punti)* Siano $F(n)$ i numeri definiti come nell'esercizio precedente:

$$\begin{aligned} F(1) &= 4 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) + \ldots + F(1) + 4, \quad n \geq 2. \end{aligned}$$

   Mostrare per induzione che per ogni intero non negativo $n$, $n \geq 1$, la seguente affermazione è vera

$$S(n): \qquad F(n) = 2^{n+1}.$$

   **Quale è il valore $n$ per la Base induttiva?**
   **Mostrare la Base:**

   **Mostrare il Passo Induttivo:**

5. *(16 punti)* Simulare l'esecuzione del *SelectionSort* (versione iterativa) sul vettore $A[0..3] = [53, 4, 81, 13]$, mostrando ogni confronto fatto ed il contenuto del vettore dopo ogni aggiornamento del vettore stesso.

   Allo stesso modo simulare l'esecuzione di *RecSS*, (versione ricorsiva di SelectionSort), sullo stesso vettore, indicando le chiamate ricorsive effettuate e il contenuto del vettore prima di ogni chiamata.

6. *(18 punti)* Si consideri il seguente frammento di programma con $A$, $B$ e $C$ vettori di elementi interi indicizzati da 0 a $n-1$.

```
for (i=0; i< n; i++)  C[i]= A[i] * B[i];
```

   a) Definire un'invariante $S(k)$ per il ciclo per dimostrare che al termine di esso ogni elemento di $C$ contiene il prodotto degli elementi di $A$ e $B$ corrispondenti.

   b) Analizzarne il tempo di esecuzione, giustificando la risposta.