Fondamenti di Programmazione (matr. 4–5) **Anno Acc. 2002-03**

Prima prova intermedia 15 Aprile 2003

Cognome: Nome: Matricola:

Utilizzare le ultime pagine per appunti o 'brutta copia'. La soluzione al compito va scritta nello spazio designato. Non usare altri fogli.

Spazio riservato alla correzione

1	2	3	4	5	6	**Tot.**
/18	/18	/15	/15	/18	/16	/100

1. *(18 punti)* Si consideri il seguente frammento di programma con A, vettore di elementi interi indicizzati da 1 a n, ed m, intero positivo.

```
somma = 0;
minore = 1;
for (i=1; i <= n ; i++){
    somma = somma + A[i];
    if (somma > m)
        minore = 0;
}
```

Si vuole mostrare per induzione che al termine del ciclo `for` risulta: 1) $somma = A[1] + \ldots + A[n]$ e 2) $minore = 1$ se e solo se $somma \leq m$. A tale scopo definiamo l'invariante di ciclo $S(k)$:

"Se si raggiunge il controllo "$i \leq n$ " con k uguale al valore dell'indice i del ciclo, $k \geq 1$, allora risulta: 1) $somma = A[1] + A[2] + \ldots + A[k-1]$ e 2) $minore = 1$ se e solo se $somma \leq m$".

Mostrare la Base ($k = 1$):

Mostrare il Passo Induttivo:

Mostrare la Correttezza al termine del ciclo:

2. *(18 punti)* Si considerino le seguenti funzioni: $f(n) = 2n{+}4$, $\quad g(n) = n \lg n$, $\quad h(n) = \begin{cases} n^2 & \text{se } n \leq 10 \\ 4n & \text{se } n > 10. \end{cases}$
   Per ognuna delle seguenti affermazioni dire se essa è vera o falsa. Per ogni affermazione vera si devono fornire i valori c ed n_0 che provano che la relazione O-grande è valida.

   a) $f(n)$ è $O(g(n))$

   b) $f(n)$ è $O(h(n))$

   c) $g(n)$ è $O(h(n))$.

3. *(15 punti)*

   Mostrare per induzione che per ogni intero n, $n \geq 1$, la seguente affermazione $S(n)$ è vera:

   $$\Sigma_{i=1}^{n} 3^i < 3^{n+1}$$

   Quale è il valore n per la Base induttiva?

   Mostrare la Base:

   Mostrare il Passo Induttivo:

4. *(15 punti)*

   Simulare l'esecuzione del *SelectionSort* sul vettore $[25, 19, 15, 20]$, mostrando il contenuto del vettore a ogni iterazione.

5. *(18 punti)* Consideriamo la seguente definizione ricorsiva del massimo $max(S)$ di un insieme $S = \{a_1, \ldots, a_n\}$ di n interi, $n \geq 1$.

   BASE. Se $n = 1$ allora $max(S) = a_n$.

   INDUZIONE. Se $n > 1$, $max(S) = max(\{a_1, max(S')\})$ dove $S' = \{a_2, \ldots a_n\}$.

   Scrivere in C una funzione ricorsiva $MAX(A, i, n)$ che utilizza questa definizione ricorsiva. Tale funzione avendo in input un vettore A con elementi indicizzati da i a n restituisce max $(\{A[i], \ldots, A[n]\})$, (cioè $MAX(A, i, n) = max$ $(\{A[i], \ldots, A[n]\})$ per ogni $1 \leq i \leq n$). La funzione deve chiamare ricorsivamente se stessa con parametri A, $i+1$, n.

6. *(16 punti)*

   Si consideri il seguente frammento di programma con A e B array di elementi interi indicizzati da 1 a n.

```
sum = 0;
for (i=1; i<=n, i++)
    sum = sum + A[i] + B[i];
```

   Definire una invariante $S(k)$ per il ciclo per dimostrare che al termine di esso *sum* contiene la somma di tutti gli elementi di A e di tutti gli elementi di B.